

Oplossen SUDOKU puzzel

Wat is een sudoku-puzzel?

Je zou haast denken dat de puzzel met een dergelijke naam zijn oorsprong vindt in Japan. De puzzelvorm is echter al enkele jaren bekend in Engeland. Japanners vonden een voorbeeld van een puzzel onder de titel "Number Place" in een Amerikaans blad en hebben het vertaald naar "su" (nummer) en "doku" wat zoiets als "alleenstaand" betekent. In Japan, waar men cijferpuzzels leuker vindt dan woordpuzzels werd de sudoku-puzzel snel populair. In 2004 was de populariteit het grootst. Sudoku is niet specifiek een cijfer puzzel, hetzelfde principe kan ook met letters worden gerealiseerd.

			8	3	4			
3					4	8	2	1
7								
		9	4		1		8	3
4	6		5		7	1		
								7
1	2	5	3					9
		7	2	4				

De uitdaging

Hier is een onopgeloste sudokupuzzel. Het bestaat uit een matrix van 9x9 cellen die weer zijn onderverdeeld in 9 kwadranten. Iedere puzzel heeft een unieke en logische oplossing. Om een puzzel op te lossen moeten elke rij, elke kolom en elk kwadrant de cijfers 1 t/m 9 bevatten. Voor verwijzingen naar waarden in de puzzel zal ik

gebruik maken van coördinaten, waarbij de eerstgenoemde waarde de rij en de tweede de kolom wordt aangegeven. Dus 4,5 geeft de waarde weer in rij 4, kolom 5. De kwadranten zijn genummerd op "leesvolgorde" -> 123, 456, 789.

Over gokken

Probeer niet te gokken, in ieder geval niet totdat je bij de "moeilijke" of "diabolische" sudokupuzzels bent aanbeland. Gokken is totaal onnodig en laat je verdwalen zodat de puzzel nagenoeg onoplosbaar wordt. Voor eenvoudige en gemiddelde puzzels is simpele logica nodig voor de oplossing.

				8	3	4		
3					4	8	2	1
7								
		9	4		1		8	3
4	6		5		7	1		
								7
1	2	5	3					9
		7	2	4				8

Een begin maken, stap 1

Om sudoku puzzels op te lossen is het nodig logisch te redeneren. Hierbij zijn een vragen van belang zoals: "Als er een 1 in dit kwadrant staat kan hij dan in deze kolom staan?" of "Als er al een 9 in deze rij staat, kan de 9 dan ook nog in het kwadrant voorkomen?"

Kijk in het begin naar de waarden in de kwadranten en controleer welke cellen leeg zijn en controleer op hetzelfde moment in de rij en kolom voor een missende cijfer. In het voorbeeld naar kwadrant 9. Er staat geen 8 in het kwadrant, maar er is een 8 in kolom 7 en in kolom 8. De enige plaats waar de 8 nog in kwadrant 9 kan worden geplaatst is (9,9).

Zo het eerste cijfer is opgelost !

			8	3	4			
3				4	8	2	1	
7	8	8						
		9	4		1		8	3
4	6		5		7	1		
								7
1	2	5	3					9
		7	2	4				8

Stap 2

Als we bij de 8 blijven, dan zien we dat er ook geen 8 in het 1^e kwadrant voorkomt, maar wel in de 1^e en 2^e rij. Dit betekent dat de 8 in het 1^e kwadrant alleen op de 3^e rij kunnen voorkomen. We kunnen hiervan een notitie in de cellen maken voor later gebruik. Hebben we later meer informatie kunnen we een 8 verwijderen.

				8	3	4		
3				4	8	2	1	
7	8	8						
		9	4		1		8	3
							4	4
4	8		5		7	1		
							2	7
1	2	5	3					9
		7	2	4				8

Stap 4

Een soortgelijke situatie doet zich voor met de 4en in de kwadranten 4 en 5. Het resultaat is echter niet uniek bepalend. Kijk naar het voorbeeld. Maak een notitie in de betreffende cellen. Hebben we later meer informatie dan kunnen we een 4 verwijderen.

			8	3	4			
3				4	8	2	1	
7	8	8						
		9	4		1		8	3
4	6		5		7	1		
							2	7
1	2	5	3					9
		7	2	4				8

Stap 3

We hebben reeds gekeken naar kwadrant 9. Je kunt hier zien dat er een 2 staat in de kwadranten 7 en 8, maar geen in kwadrant 9. De 2en in rij 8 en 9 betekenen dat in kwadrant 9 alleen een 2 kan voorkomen in kolom 7 of 8. Het valt hierbij op dat in kolom 8 al een 2 voorkomt. Alleen kolom 7 blijft dus voor de 2 in kwadrant 9 over.

				8	3	4		
3				4	8	2	1	
7	8	8						
		9	4		1		8	3
							4	2
4	6		5		7	1		
							2	7
1	2	5	3					9
		7	2	4				8

Stap 5

Kijk of de gevonden 2 in kwadrant 9 helpt bij het bepalen van een ander cijfer. Bijvoorbeeld de 2 in kwadrant 3 is (niet uniek) bepalend voor de 2 in kwadrant 6. Maak hiervan aantekening. Zie voorbeeld.

			8	3	4		
3				4	8	2	1
7	³	⁵					
		9	4		1		8 3
						⁴	²⁴
4	6		5		7	1	²
						²	7
1	2	5	3				9
		7	2	4			⁸

Stap 6

Probeer nu eens zelf een cijfer te bepalen. Kijk naar kwadrant 8 en bepaal de positie van het cijfer 7.

Los meer cijfers op met de net besproken strategiën.

De beste manier om het oplossen van sudokupuzzels te leren is om het uit te proberen.

			8	3	4		
3				4	8	2	1
7							
		9	4		1		8 3
4	6		5		7	1	
							7
1	2	5	3				9
		7	2	4			

Zoeken naar een “eenzaam” cijfer

Sommige puzzels zijn eenvoudig. Dit geeft het niveau van complexiteit van de betreffende sudokupuzzel aan. Maar ongeacht het niveau zijn een aantal handige strategiën.

		3	5	⁶⁷⁸	4	1	
	7			2			5
⁵	2			¹⁷⁸			6
		8	6	⁵	9	3	
	3		¹²⁷	4	¹⁷		8
¹⁴⁶⁹	¹⁴⁹	5	8	¹	3	7	⁴⁹ ¹⁴⁶⁹
5			¹⁶⁷⁸				3
6				9	⁵		1
		9	4	¹⁶⁷⁸	2	5	

		3	5	⁶⁷⁸	4	1	
	7			2			5
⁵	2			⁷⁸			6
		8	6	⁵	9	3	
	3		²⁷	4	⁷		8
⁴⁶⁹	⁴⁹	5	8	¹	3	7	⁴⁹ ⁴⁶⁹
5			⁶⁷⁸				3
6				9	⁵		1
		9	4	⁶⁷⁸	2	5	

De 1e strategie is het kijken naar een “eenzaam”, uniek cijfer. In het voorbeeld zien we in kwadrant 5 alle mogelijkheden aangetekend. Er zijn een drietal cellen die een 1 kunnen bevatten, maar tussen de 8 en de 3 staat een cel met een “eenzame” 1. Deze unieke 1 kan in de betreffende cel worden geplaatst. Controle het voorkomen van de 1 in rijen, kolommen en kwadranten zou in dit geval geen oplossing bieden. Onthoud dat dit principe geldig is voor rijen, kolommen en kwadranten. Als een cijfer uniek is binnen een cel (mogelijkheden) dan dient deze cel het betreffende cijfer te bevatten. Vervolgens kun je de 1 uit alle aantekeningen (rekening houdend met kolom, rij en kwadrant) verwijderen.

Tweelingen

Waarom dien je je te beperken tot 1 als in sommige gevallen ook 2 cijfers kunnen worden gebruikt voor het bepalen van de positie van een cijfer. Je kijkt naar een kwadrant en denkt dat met geen enkele mogelijkheid een cijfer kan worden bepaald omdat het plaatsen van het cijfer in meerdere cellen een optie is. In zo'n geval kan onderstaande manier een oplossing bieden.

5	4		9		7	2	
2	7	⁹		3	6	4	
⁹		8	7	4			
1	9	4	8		7		
7			5		4	9	
		4	7	9	2	1	
4			6		3		
		2	9	3		4	7
3	1		4			6	

Er is met de puzzel al een goede start gemaakt en enkele cijfers in de juiste cellen geplaatst. Na het oplossen van de 9 in kwadrant 4 kan er worden nagedacht over het oplossen van de 9 in kwadrant 1. Het lijkt in eerste instantie onmogelijk met alleen een 9 in rij 1 en een 9 in kolom 2 die bepalend zijn voor de positie van de 9 in het 1^e kwadrant.

5	4		9		7	2	
2	7			3	6	4	
9		8	7	4			
1	9	4	8		7		
7			5		4	9	
		4	7	9	2	1	
4			6		3		
		2	9	3		4	7
3	1		4			6	

Maar als we verder kijken, dan zien we uit de 9 in rij 9 en de 9 in kolom 2 kunnen concluderen dat de 9 in kwadrant 7 op kolom 3 komt te staan. We hebben een "tweeling" gevonden! Maak hiervan een aantekening in kwadrant 7. Met deze tweeling op kolom 3 in kwadrant 7 wordt een 9 in kwadrant 1 op kolom 3 uitgesloten. De 9 in kwadrant 1 komt op (3,1).

Drielingen

In het voorgaande voorbeeld hielp de "tweeling" in het bepalen van de positie van een cijfer. Als 2 onopgeloste cellen je op weg kan helpen zullen 3 opgeloste cellen dit zeker kunnen.

		4	6				
3				9	7		2
	1			8	9		7
9							1
	5		3	7			2
6		8	4				7
2	8	1					
				5	2		

Kijk naar de cijfers 2-8-1 in rij 8. Deze cijfers kunnen helpen bij het oplossen van de 7 in kwadrant 8. De 7's in de kolommen 5 en 6 laten in kwadrant 8 voor de 7 alleen nog plaats op (8,4) of (9,4). Het is de 7 in rij 7 die uiteindelijk bepalend zal zijn voor de keuze. Omdat er niet meer 7's mogelijk zijn in rij 7, dwingen de cijfers 2-8-1 in kwadrant 7 het cijfer 7 in rij 9. Dit betekent

dat een 7 in kwadrant 8 op rij 9 is uitgesloten. De 7 dient dus te komen op (8,4). Probeer dezelfde truck uit met de cijfers 3-8-6 in rij 2.

Reduceren van mogelijkheden

We hebben nu een aantal oplosstrategieën besproken, maar wat als deze niet meer werken? Tot nu toe hebben we slechts enkele aantekeningen gemaakt, maar er zijn puzzels die een totaal andere oplosmethode vereisen om cijfermogelijkheden te reduceren. Als je op een punt bent aanbeland dat alle besproken logica niet meer werkt zijn we bij het principe van vertakking aangekomen. Wel is het noodzakelijk om er zeker van te zijn dat alle cijfers volgens de besproken logica bepaald, zijn ingevuld.

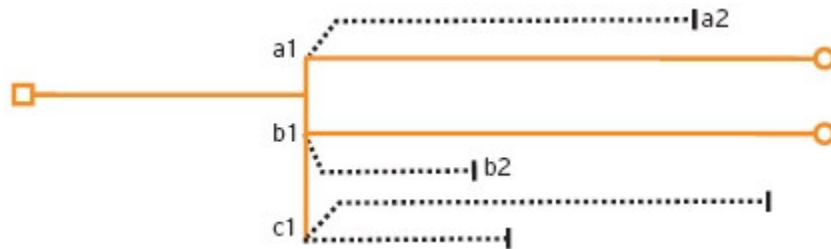
Hier moet worden benadrukt dat hetgeen hierna wordt besproken alleen van toepassing is op de meeste moeilijke en diabolische puzzels.

Zie een sudokupuzzel als en doolhof. Eenvoudige en gemiddelde puzzels hebben een simpele weg naar de uitgang. Moeilijke en diabolische sudokupuzzels hebben doodlopende wegen die je dwingen om weer terug te gaan en een andere afslag te nemen. Diabolische puzzels hebben minsten 1, soms meer doodlopende wegen.

Een eenvoudige of gemiddelde sudokupuzzel kan schematisch worden weergegeven als:



Een moeilijke of diabolische sudokupuzzel kan worden weergegeven als:



Het oplossen van een diabolische puzzel

Het verschil tussen een moeilijke en een diabolische puzzel is het aantal doodlopende wegen.

	8	4	5 ⁵⁹	1		7	2	
			4		8	1	5	
1	5			3	2	4	9	8
		9	8			5		1
8		1		5				9
4	6	5	9	1	3	2	8	7
7	4	3	1	8	5	9	2	6
5	9			4	6		1	3
	1		3		9		5	4

Neem het hier weergegeven voorbeeld. De gevonden cijfers zijn ingevuld. Alle aantekeningen zijn voor de overzichtelijkheid uit de puzzel verwijderd, behalve die in (1,5). Op dit moment laat de logica ons een beetje in de steek en moeten we cijfers gaan uitproberen. In eerste instantie proberen we de puzzel op te lossen door ervan uit te gaan dat de cel (1,5) de waarde 6 bevat. Als we nu verder gaan met het hanteren van gangbare regels komen we uiteindelijk niet meer uit en komen we terecht in de situatie waarbij (zie hiernaast) in (4,7) een 6 moet worden ingevuld, maar deze reeds in kolom 8 aanwezig is. Een doodlopende weg, terug naar af ! Het is duidelijk dat we in plaats van een 6 een 9 op (1,5) moeten neerzetten.

9	8	4	5 ⁶	1	3	7	2	
2	3	7	4	9	8	1	6	5
1	5	6	7	3	2	4	9	8
3	7	9	8	2	4	5		1
8	2	1		5	7	6	3	9
4	6	5	9	1	3	2	8	7
7	4	3	1	8	5	9	2	6
5	9	8	2	4	6	7	1	3
6	1	2	3	7	9	8	5	4

	8	4	5	⁵⁸ 9	1		7	2
9			4		8	1		5
1	5			3	2	4	9	8
		9	8			5		1
8		1		5				9
4	6	5	9	1	3	2	8	7
7	4	3	1	8	5	9	2	6
5	9			4	6		1	3
	1		3		9		5	4

Een 9 in (1,5) dus. Met de gebruikelijk regels kunnen we nu de 9 in kwadrant 1 herleiden. Maar dan zitten we weer "vast". We moeten weer een vertakking uitproberen. Nu in cel (1,1), waarde 3 of 6.

Als we de 6 proberen in cel (1,1) dan resulteert dit (weer) in een doodlopende weg (bah). Dit betekent dat voor (1,1) de waarde 3 moet worden ingevuld. Nu kunnen we weer verder.

6	8	4	5	9	1	³⁶ 3	7	2
9	3	2	4	7	8	1	6	5
1	5	7	6	3	2	4	9	8
3	2	9	8	6	7	5	4	1
8	7	1	2	5	4	6	3	9
4	6	5	9	1	3	2	8	7
7	4	3	1	8	5	9	2	6
5	9	8	7	4	6		1	3
	1	6	3	2	9	7	5	4

Tot het eind !